تصحيح امتحان الوطني2015 الدورة العادية

المادة : الرياضيات

ألشعبة: مسلك ع.ح.أ + علوم فزيائية

مدة الانجاز:3 ساعات

التمرين 1 :

المعادلة الديكارتية للمستوى (p) المار من النقطة A(2,1,0) و المتجهة

و المتجهة $\vec{U}(1,1,-1)$ منظمية عليه هي :

$$(p) = x+y-z+d=0$$

تحديد d بحيث $A(2,1,0)\epsilon(P): 2+1-0+d=0$

$$3+d=0 \Rightarrow d=-3$$

و منه $(P): x+y-z-3=0$

طريقة 2 :

لتكن النقطة M(x, y ,z) من المستوى (P) بحيث :

$$\overrightarrow{AM}.\vec{\mathrm{u}}=0$$

مع $\vec{u}(1,1,-1)$

و $\overrightarrow{AM}(\mathrm{x}-2,\mathrm{y}-1,\mathrm{z})$

$$\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow x-2+y-1-z=0$$

$$\Leftrightarrow x+y-z-3=0$$

ومنه المعادلة الديكارتية للمستوى : (P)

$$(P): x+y-z-3=0$$

/2

لدينا (S) مجموعة النقط M(x,y,z) من الفضاء بحث :

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{\mathrm{MB}}=0$ $\quad$ $\mathrm{A}(2,1,0)$

$\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}$ $\quad$ $B(-4,1,0)$

ومنه (S)فلكة قطرها [AB] :

$$\omega\begin{cases} x_\omega = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{2-4}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1 \\ y_\omega = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{1+1}{2} = 1 \\ z_\varphi = \dfrac{z_A+z_B}{2} = \dfrac{0+0}{2} = 0 \end{cases}$$

و منه Ω(-1,1,0) هو مركز الفلكة (S):

شعاعها : $R = \dfrac{AB}{2}$

$$R = \frac{\sqrt{(-4-2)^2+(1-1)^2+0^2}}{2} = \frac{\sqrt{36+0+0}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2}$$

$$= \frac{6}{2} = 3$$

ومنه R=3

3 - أ/

مسافة النقطة Ωعن المستوى (P)

لدينا $\omega(-1,1,0)$ و $(P): x+y-z-3=0$

$$d(\omega,(P)) = \frac{|-1+1-0-3|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}$$

$$d(\omega,(P)) = \frac{|-3|}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

و منه $d(\omega,(P)) = \sqrt{3}$

وبما أن : R=3

إذن $d(\omega,(P)) < R$

ومنه المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق الدائرة (C)

3- ب/ تحديد مركز الدائرة :

ليكن المستقيم (Δ) المار من Ω(-1,1,0)

والمتجهة $\vec{u}(1,1,-1)$ موجهة له لأنه عمودي على المستوى (P)

إذن تمثيله الباراميتري هو:

$$\overrightarrow{\omega M} = \mathrm{t}\vec{\mathrm{u}} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} \mathrm{x} = -1+\mathrm{t} \\ \mathrm{y} = 1+\mathrm{t} \\ \mathrm{z} = -\mathrm{t} \end{cases}$$

و $x+y-z-3=0$: (P) المعادلة الديكارتية للمستوى (P)

إذن H هي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P)

$$H\epsilon(\Delta)\cap(P)$$

نعوض X,y,z في المعادلة الديكارتية للمستوى (P)

$$\Leftrightarrow -1+t+1+t+t-3=0$$

$$3t-3=0 \Rightarrow t=1$$

نعوض قيمة t في التمثيل الباراميتري (Δ):

$$H\begin{cases} x_H=-1+1=0 \\ x_H=1+1=2 \\ z_H=-1=-1 \end{cases}$$

و منه H (0, 2,-1) هي مركز الدائرة (C)

4/ نحسب:

$$O(0,0,0) \qquad \begin{cases} \overrightarrow{OH}(0,2,-1) \\ \overrightarrow{OB}(-4,1,0) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}\vec{\imath}-\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}\vec{\jmath}+\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$=\vec{\imath}+4\vec{\jmath}+8\vec{k}$$

و منه $\overrightarrow{OH}*\overrightarrow{OB}=\vec{\imath}+4\vec{\jmath}+8\vec{k}$

استنتاج :

مساحة المثلث OHB :

$$S_{OHB}=\frac{1}{2}\|\overrightarrow{OH}*\overrightarrow{OB}\|$$

$$\Leftrightarrow S_{OHB}=\frac{1}{2}\sqrt{1^2+4^2+8^2}=\frac{1}{2}\sqrt{1+16+64}$$

$$=\frac{\sqrt{81}}{2}=\frac{9}{2}$$

و منه $S_{OHB}=\frac{9}{2}$

التمرين 2:

نعتبر $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

/1

$$|a|=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2+\sqrt{2}^2}$$

$$=\sqrt{4+4\sqrt{2}+2+2}$$

$$=\sqrt{8+4\sqrt{2}}=\sqrt{4(2+\sqrt{2})}=\sqrt{4}.\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

$$|a|=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

/2

$$2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2\,\mathrm{i}\sin\frac{\pi}{4}=2\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2i\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}=a$$

و منه $a=2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2i\sin\frac{\pi}{4}$

3- أ/

الاخطاط $cos^2\theta$

حسب صيغة أولير $\cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$

$$cos^2\theta=(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2})^2=\frac{(e^{i\theta}+e^{-i\theta})^2}{4}$$

$$cos^2\theta=\frac{e^{i2\theta}+2e^{i\theta}+e^{-i2\theta}}{4}=\frac{e^{2i\theta}+e^{-i2\theta}+2e^0}{4}$$

$$cos^2\theta=\frac{e^{i2\theta}+e^{-i2\theta}+2}{4}$$

$$e^{i2\theta}+e^{-i2\theta}=2cos(2\theta)$$

و منه $$cos^2\theta = \frac{2cos(2\theta)+2}{4}$$

$$cos^2\theta = \frac{2(cos(2\theta)+1)}{4}$$

و منه $$cos^2\theta = \frac{cos(2\theta)+1}{2}$$

إذن $$1+cos(2\theta) = 2cos^2\theta$$

ب/ لدينا :

$$a = 2\left(1+cos\frac{\pi}{4}\right) + i2sin\frac{\pi}{4}$$

لدينا حسب السؤال السابق :

في هذه الحالة $2\theta = \frac{\pi}{4}$, $1+cos\,2\theta = 2cos^2\theta$

و منه $\theta = \frac{\pi}{8}$ $\quad 1+cos\frac{\pi}{4} = 2cos\frac{\pi}{8}$

و حسب تذكير $sin(2\theta) = 2cos\theta sin\theta$

$$\theta = \frac{\pi}{8} \Leftarrow 2\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2cos\left(\frac{\pi}{8}\right) son\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

$$a = 2\left(1+cos\frac{\pi}{4}\right) + i2sin\frac{\pi}{4}$$

$$a = 2\left(2cos^2\frac{\pi}{8}\right) + i2\left(2cos\frac{\pi}{8}.sin\frac{\pi}{8}\right)$$

$$a = 4cos^2\frac{\pi}{8} + i4cos\frac{\pi}{8}sin\frac{\pi}{8}$$

ج/ لدينا حسب السؤال السابق

$$a = 4cos^2\frac{\pi}{8} + i4cos\frac{\pi}{8}sin\frac{\pi}{8}$$

تعميل ب $cos\frac{\pi}{8}$; $a = 4cos\frac{\pi}{8}\left(cos\frac{\pi}{8} + isin\frac{\pi}{8}\right)$

-لدينا :

$$a = 4cos\frac{\pi}{8}\left(cos\frac{\pi}{8} + isin\frac{\pi}{8}\right)$$

$$a^4 = \left[4cos\frac{\pi}{8}\left(cos\frac{\pi}{8} + isin\frac{\pi}{8}\right)\right]^4$$

$$a = (4cos\frac{\pi}{8})^4\,(cos\frac{\pi}{8} + isin\frac{\pi}{8})^4$$

$$= (4cos\frac{\pi}{8})^4\left(cos4\frac{\pi}{8} + i4sin\frac{\pi}{8}\right)$$

$$= (4cos\frac{\pi}{8})^4\left(cos\frac{\pi}{2} + isin\frac{\pi}{2}\right) \text{ مع } \begin{cases} cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ sin\frac{\pi}{2} = 1 \end{cases}$$

و منه $$a = \left(4cos\frac{\pi}{8}\right)^4 i$$

بما أن معيار a هو :

$|a| = 4cos\frac{\pi}{8}$ حسب كتابة المثلثية

و $|a| = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}$ حسب السؤال(1)

بالمماثلة نجد : $4cos\frac{\pi}{8} = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

و منه $$a = \left(4cos\frac{\pi}{8}\right)^4 i$$

$$\Rightarrow a = \left(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$$

-II

1/ لدينا : R (Ω ; π/2)

R(A)=B لأن B صورة A بالدوران R

الكتابة العقدية لدوران هي:

$$b-\omega=e^{i\frac{\pi}{2}}(a-\omega)$$

$$b=e^{i\frac{\pi}{2}}(a-\omega)+\omega$$

مع $$e^{i\frac{\pi}{2}}=cos\frac{\pi}{2}+isin\frac{\pi}{2}=i$$

إذن $$b=i\left(2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$$

$$b=i\left(2+i\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$$

$$b=2i-\sqrt{2}+\sqrt{2}\ \Rightarrow\ b=2i$$

2/ تحديد مجموعة النقط $M(z)$:

$|z-2|=2$ مع A لحق النقطة $a=2i$

$$|z-a|=2$$

$$\Rightarrow AM=2$$

و منه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة التي مركزها A وشعاعها 2

التمرين 3:

VV RRR	VVV RRRR

❶ نسحب عشوائيا و تأنيا ل3 كرات من الصندوق U_1

كون الإمكانيات هو :

$$card\omega=C_7^3=\frac{7.6.5}{3!}=35$$ لأن $3!=6$

$$P(A)=\frac{card\ A}{card\ \omega}$$

$$P(A)=\frac{C_4^1.C_3^2}{35}=\frac{4*3}{35}=\frac{12}{35}$$

و منه $$P(A)=\frac{12}{35}$$

$$P(B)=\frac{card\ B}{card\omega}$$

$$P(B)=\frac{C_4^3.C_3^3}{35}=\frac{4+1}{35}=\frac{5}{35}=\frac{1}{7}$$

$$P(B)=\frac{1}{7}$$

❷

نسحب عشوائيا وتأنيا كرتين من U1 و كرة من U2 كون الإمكانيات هو :

$$card\ \omega=\ C_7^2.C_5^1=\frac{7*6}{2}*5=105$$

$$card\omega=105$$

الحدث C ل RRR :

$$P(C)=\frac{card\ C}{card\ \omega}$$

$$P(C)=\frac{C_4^2.C_3^1}{105}=\frac{6*3}{105}=\frac{18}{105}=\frac{6}{35}$$

و منه $$P(C)=\frac{6}{35}$$

المسألة 11 :

$$f(x)=\frac{1}{x(1-lnx)}$$

❶ -1-

$$Df=\left\{x\epsilon\mathbb{R}\ /x(1-lnx)\neq 0\ \text{و}\ x>0\right\}$$

$$\Leftrightarrow x\neq 0\ \ \text{و}\ \ 1-lnx\neq 0\ \text{و}\ x>0$$

$$\Leftrightarrow x\neq 0\ \text{و}\ lnx\neq 1\ \ \text{و}\ \ x>0$$

$\Leftrightarrow x\neq 0$ و $x\neq e^1$ مع $e^1=e\approx 2,7$

$$Df=]0,e[\cup]e,+\infty[$$

أ-2-

$$\lim_{x\to e^+}f(x)=\lim_{x\to e^+}\frac{1}{x(1-lnx)}=\frac{"1"}{0^-}=-\infty$$

GROUPE des INSTITUTS EXCEL Portail des métiers de l'avenir	**تصحيح امتحان الوطني2015 الدورة العادية** **المادة : الرياضيات** **ألشعبة: مسلك ع.ح.أ + علوم فزيائية** **مدة الانجاز:3 ساعات**	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي

x	$-\infty$	e	$+\infty$
1-lnx	+		-

$$\lim_{x\to e^+} f(x) = -\infty$$

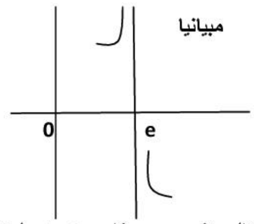
$$\lim_{x\to e^-} f(x) = \lim_{x\to e^-} \frac{1}{x(1-lnx)} = \frac{"1"}{0^+} = +\infty$$

و منه $\lim_{x\to e^-} f(x) = +\infty$

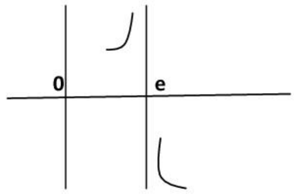
تأويل هندسي :

لدينا $\lim_{x\to e^+} f(x) = -\infty$: المستقيم x=e مقارب عمودي Cf

مبيانيا



لدينا $\lim_{x\to e^-} f(x) = +\infty$ المستقيم x=e مقارب عمودي ل Cf



ب/

حسب $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x(1-lnx)} = 0$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ لأن $\lim_{x\to+\infty} lnx = +\infty$

إذن Y=0 مقارب أفقي Cf بجوار $+\infty$

ج/ حسب

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x(1-lnx)}$$

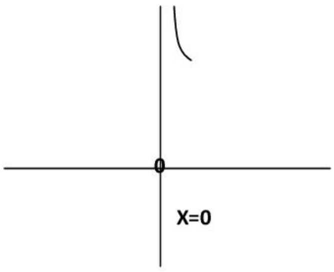
$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x - xlnx} = \frac{"1"}{0^+} = +\infty$$

لأن $\lim_{x\to 0^+} xlnx = 0$

و منه $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

تأويل هندسي :

x=0 مقارب عمودي للمنحنى Cf



3-أ/ حساب المشتقة :

$$f(x) = \frac{1}{x(1-lnx)}$$

$$f'(x) = -\frac{[x(1-lnx)]'}{(x(1-lnx))^2}$$

$$f'(x) = \frac{x'(1-lnx) + x(1-lnx)'}{x^2(1-lnx)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{1-lnx + x(-\frac{1}{x})}{x^2(1-lnx)^2} = -\frac{1-lnx+1}{x^2(1-lnx)^2}$$

$$f'(x) = -\frac{-lnx}{x^2(1-lnx)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{lnx}{x^2(1-lnx)^2}$$

تصحيح امتحان الوطني2015 الدورة العادية

المادة : الرياضيات

ألشعبة: مسلك ع.ح.أ + علوم فزيائية

مدة الانجاز:3 ساعات

Portail des métiers de l'avenir

3-ب/ دراسة الرتابة :

$$f'(x) = \frac{lnx}{x^2(1-lnx)^2}$$

إشارة $f'(x)$ *هي إشارة* lnx لأن $X^2(1-lnx)^2$

و إشارة Lnx :

x	0 1 e	+∞
lnx	-	+

و منه $\forall x \epsilon]0,e[\cup]e,+\infty[$

$f'(x) < 0 \Leftarrow lnx < 0 \quad : \; \forall x\epsilon]0,1]$

إذن $f(x)$ *تناقصية على* $[0,1]$

$\forall x\epsilon[1,e[\cup]e,+\infty[\; : \; lnx > 0$ إذن $f(x)$ على تزايدية المجالين

$[1,e[\cup]e,+\infty[$

ج/ جدول تغيرات الدالة $f(x)$ **:**

x	0 1	e	+∞
f'(x)	-	+	+
f(x)	+∞ ↘ 1 ↗	+∞	-∞ ↗ 0

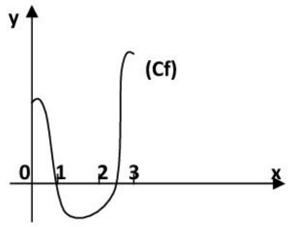
$f(1) = 1$

$$g(x) = 1 - x^2(1 - lnx)$$

1-أ/ حدد حلول المعادلة g(x)=0 : (E) مبيانيا هي عدد نقط التقاطع ا

المنحنى (Cf) مع محور الأفاصيل :

ومنه المعادلة g(x)= 0 تقبل حلين



1-ب/

لدينا :

$$g(x) = 1 - x^2(1 - lnx)$$

الدالة $x \to x^2$ متصلة على $]2,2 ;2,3[$ لأنها حدودية

$x \to lnx$ متصلة على $]2,2 ;2,3[$ لأنها متصلة على $]0,+\infty[$

ومنه g(x) متصلة على $]2,2 ;2,3[$ لأنها مجموع و جداء دالتين متصلتين

انطلاقا من المنحنى g(x) تزايدية قطعا على $]2,2 ;2,3[$

وحسب الجدول لدينا :

$g(2,2) = -0.02$

و منه $g(2,3) = 0.12$

و منه $g(2,2) * g(2,3) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم الوسطية المعادلة (E) تقبل حلا :

$g(\alpha) = 0$ بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

2-أ/ تحقق:

$$f(x) - x = \frac{1}{x(1-lnx)} - x$$

$$= \frac{1 - x^2(1 - lnx)}{x(1 - lnx)} = \frac{g(x)}{x(1 - lnx)}$$

و منه
$$f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - lnx)}$$

المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي	تصحيح امتحان الوطني2015 الدورة العادية المادة : الرياضيات ألشعبة: مسلك ع.ح.أ + علوم فزيائية مدة الانجاز:3 ساعات	GROUPE des INSTITUTS EXCEL Portail des métiers de l'avenir

2-ب/ دراسة تقاطع (Cg) و المستقيم (Δ) :

نحل المعادلة :

$$f(x)-x=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{g(x)}{x(1-lnx)}=0 \ \Rightarrow g(x)=0$$

وحسب السؤال (1) و المنحنى Cg

المعادلة تقبل حلين هما

$$x_1=1 \quad \text{و} \quad x_2=\alpha$$

لأن $g(1)=0$ و $g(\alpha)=0$

ج / اشارة الدالة g(x) على المجال]1,α[مبيانيا:

x	1	α
g(x)	-	

لأن المنحنى (Cg) تحت محور الأفاصيل في المجال]1,α[-

إذن $\forall x\epsilon[1,\alpha]: g(x)\le 0$

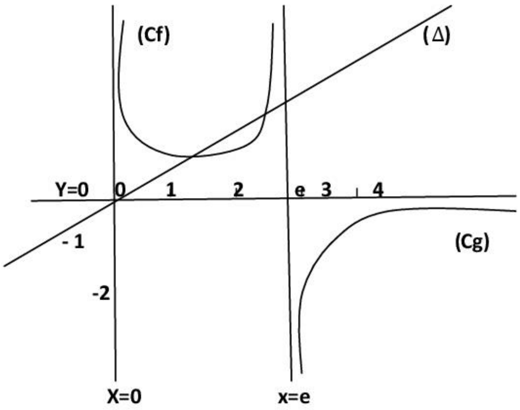
*نبين أن :

$$\forall x\epsilon[1,\alpha] \qquad f(x)-x<0$$

لدينا $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-lnx)}$

إذن اشارة f(x)-x هي اشارة $g(x)$ و $\forall x\epsilon[1,\alpha]: g(x)\le 0$

3/ انشاء المنحنى (Cf)و (Δ)



4-أ/

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-lnx)} = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1/x}{(1-lnx)}\,dx$$

لاحظ أن $(1-lnx)'=\dfrac{-1}{x}$

إذن

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{-(1-\mathbf{lnx})'}{(1-\mathbf{lnx})}\,\mathbf{dx} = -[ln|1-lnx|]_1^{\sqrt{e}}$$

$$=\int_1^{\sqrt{e}} -\frac{(1-lnx)'}{(1-lnx)}\,dx = -[ln|1-lnx|]_1^{\sqrt{e}}$$

$$=-[ln|1-ln\sqrt{e}|-ln|1-ln1|]$$

$$=-\left[ln\left|1-\frac{1}{2}\right|\right]-ln1$$

$$=-\left[ln\left|\frac{1}{2}\right|\right]=-(-ln2)=ln2$$

و منه $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-lnx)}\,dx = ln2$

Portail des métiers de l'avenir	تصحيح امتحان الوطني2015 الدورة العادية المادة : الرياضيات ألشعبة: مسلك ع.ح.أ + علوم فزيائية مدة الانجاز:3 ساعات	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

مساحة الحيز الممحور بين المنحنى Cf والمستقيم (Δ) و

المستقيمين X=1 , $x=\sqrt{e}$

$$A = \int_1^{\sqrt{e}} |f(x) - x|\, dx\ UA$$ لأن $y = x$

و حسب المنحنى لدينا (Cf) تحت (Δ) إذن :

$$\int_1^{\sqrt{e}} (x - f(x)\ dx = \int_1^{\sqrt{e}} x - \frac{1}{x(1-\ln x)} dx\ UA$$

$$A = \int_1^{\sqrt{e}} x\, dx - \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx$$

$$A = \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^{\sqrt{e}} - \ln 2\ UA$$

$$A = \frac{\sqrt{e}^2}{2} - \frac{1}{2} - \ln 2\ UA$$

$$A = \left(\frac{e}{2} - \frac{1}{2} - \ln 2\right) UA$$

$$UA = \|\vec{i}\|.\|\vec{j}\| = 2cm * 2cm$$

$$UA = 4cm^2$$

❸

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

1/ بين بالترجع أن :

$$1 \leq U_n \leq \alpha$$

من أجل n=0 لدينا $U_0=2$ و $2,2 < \alpha < 2,3$

إذن $1 \leq U_0 \leq \alpha$

نفترض $1 \leq U_n \leq \alpha$

و نبين أن $1 \leq U_{n+1} \leq \alpha$

لدينا حسب الافتراض $1 \leq U_n \leq \alpha$ و حسب الجزء السابق f(x) تزايدية على [1,α]

إذن $f(1) \leq f(U_n) \leq f(\alpha)$

مع $f(U_n) = U_{n+1}$

و $f(1) = 1$

$\forall x \epsilon [1, \alpha]$ $f(\alpha) \leq \alpha$ لأن $f(x) < x$

ومنه $1 \leq U_{n+1} \leq \alpha$

إذن حسب البرهان بالترجع فإن :

$$1 \leq U_n \leq \alpha$$

2/ لدينا حسب السؤال (2) -ج : $f(x) - x \leq 0$

$$f(x) \leq x$$

إذن $\Leftrightarrow f(U_n) \leq U_n$

$$U_{n+1} \leq U_n$$

إذن (U_n) متتالية تناقصية

3/ استنتاج:

بما أن (U_n) متتالية تناقصية و مصغورة ب 1 إذن فهي متقاربة

لدينا الدالة f(x) متصلة على [1,α] لأنها جداء دالتين متصلتين

$x \to x$ و $x \to \ln x$ على $[1, \alpha]$

و $f([1, \alpha]) = [f(1), f(\alpha)] \subset [1, \alpha]$

$f(1) = 1$ و $f(\alpha) < \alpha$

$$f([1, \alpha]) \subset [1, \alpha]$$

إذن نهايتها هي حل المعادلة f(x) =x هي تقاطع (Cf)مع (Δ)y=x

وحسب السؤال 2-ب المعادلة تقبل حلين 1, α ومنه $\lim_{x\to+\infty} U_n = 1$