



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

### تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

2.5 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الأول
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8.5 نقط	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	مسألة

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

**التمرين الأول: ( 2.5 ن )**

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{3 + u_n}{5 - u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

1) تحقق من أن  $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم بين بالترجع أن  $u_n < 3$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.75

2) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:  $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  ثم استنتج أن  $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.75

ب- بين أن  $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  0.5

ج- حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.5

**التمرين الثاني: ( 3 ن )**

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(2, 1, 3)$  و  $B(3, 1, 1)$

و  $C(2, 2, 1)$  و الفلكة  $(S)$  التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

1) أ- بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  0.5

ب- استنتج أن  $2x + 2y + z - 9 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  0.5

2) أ- بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(1, -1, 0)$  و أن شعاعها هو 6 0.5

ب- بين أن  $d(\Omega, (ABC)) = 3$  و استنتج أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  0.5

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $\Omega$  و العمودي على المستوى  $(ABC)$  0.5

ب- بين أن مركز الدائرة  $(\Gamma)$  هو النقطة  $B$  0.5

**التمرين الثالث: ( 3 ن )**

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 4z + 29 = 0$  0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط  $\Omega$  و  $A$  و  $B$  التي

أحاطها على التوالي هي  $\omega$  و  $a$  و  $b$  بحيث  $\omega = 2 + 5i$  و  $a = 5 + 2i$  و  $b = 5 + 8i$

أ- ليكن  $u$  العدد العقدي بحيث  $u = b - \omega$  0.75

تحقق من أن  $u = 3 + 3i$  ثم بين أن  $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي  $\bar{u}$  ( $\bar{u}$  يرمز لمرافق العدد العقدي  $u$ ) 0.25

ج- تحقق من أن  $a - \omega = \bar{u}$  ثم استنتج أن  $\Omega A = \Omega B$  و أن  $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$  0.75

د- نعتبر الدوران  $R$  الذي مركزه  $\Omega$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$  0.5

حدد صورة النقطة  $A$  بالدوران  $R$



**التمرين الرابع: (3 ن)**

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء وست كرات خضراء .  
( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .

$$p(A) = \frac{2}{15} \text{ بين أن}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.  
أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي { 2, 3, 4 }

ب- بين أن  $p(X=3) = \frac{8}{15}$  ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

**مسألة: (8.5 ن)**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي :  $f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة : 1 cm)

1-I) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  0.25

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته  $y = 2x - 2$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$  0.5

2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  0.5

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  ثم أول هندسيا النتيجة . 0.5

3) أ- بين أن  $f'(x) = 2(e^x - 1)^2$  لكل x من IR 0.5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على IR ( لاحظ أن  $f'(0) = 0$  ) 0.25

ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $]\ln 4, 1[$  بحيث  $f(\alpha) = 0$  0.75

4) أ- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يوجد فوق المستقيم (D) على المجال  $]\ln 4, +\infty[$  وتحت المستقيم (D) على المجال  $]-\infty, \ln 4[$  0.5

ب- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثياتها هو  $(0, -5)$  0.5

ج- أنشئ المستقيم (D) والمنحنى  $(C_f)$  في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( نأخذ  $\ln 4 \approx 1,4$  و  $\alpha \approx 1,3$  ) 0.75

$$5) \text{ أ- بين أن } \int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x) dx = -\frac{9}{2}$$

ب- احسب ، ب  $\text{cm}^2$  ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم (D) ومحور 0.5

الأرتاب و المستقيم الذي معادلته  $x = \ln 4$

1-II) أ- حل المعادلة التفاضلية  $y'' - 3y' + 2y = 0$  (E) 0.5

ب- حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين  $g(0) = -3$  و  $g'(0) = -2$  0.5

2) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال  $]\ln 4, +\infty[$  بما يلي :  $h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$

أ- بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية  $h^{-1}$  و أن  $h^{-1}$  معرفة على IR 0.75

ب- تحقق من أن  $h^{-1}(\ln 5) = 1$  ثم حدد  $(h^{-1})'$  عند  $h^{-1}(\ln 5)$  0.75

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016  
- عناصر الإجابة -

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ  
ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم  
والامتحانات والتوجيه

NR 22

★★

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول ( 2.5 ن )

0.75	(1)	0.25 للتحقق و 0.5 للبرهان بالترجع
1.75	(2)	أ- 0.5 للمتتالية $(v_n)$ هندسية و 0.25 ل $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب- 0.25 للمتساوية و 0.25 لكتابة $u_n$ بدلالة $n$ ج- 0.25 ل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ و 0.25 ل $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$

التمرين الثاني ( 3 ن )

1	(1)	أ- 0.5 ب- 0.5
1	(2)	أ- 0.5 ب- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للاستنتاج
1	(3)	أ- 0.5 ب- 0.5

التمرين الثالث ( 3 ن )

0.75	(1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين ( تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى )
2.25	(2)	أ- 0.25 للتحقق و 0.5 ل عمدة للعدد $u$ ب- 0.25 ج- 0.25 للتحقق و 0.25 للمتساوية $\Omega A = \Omega B$ و 0.25 ل عمدة للعدد $\frac{b-\omega}{a-\omega}$ د- 0.5

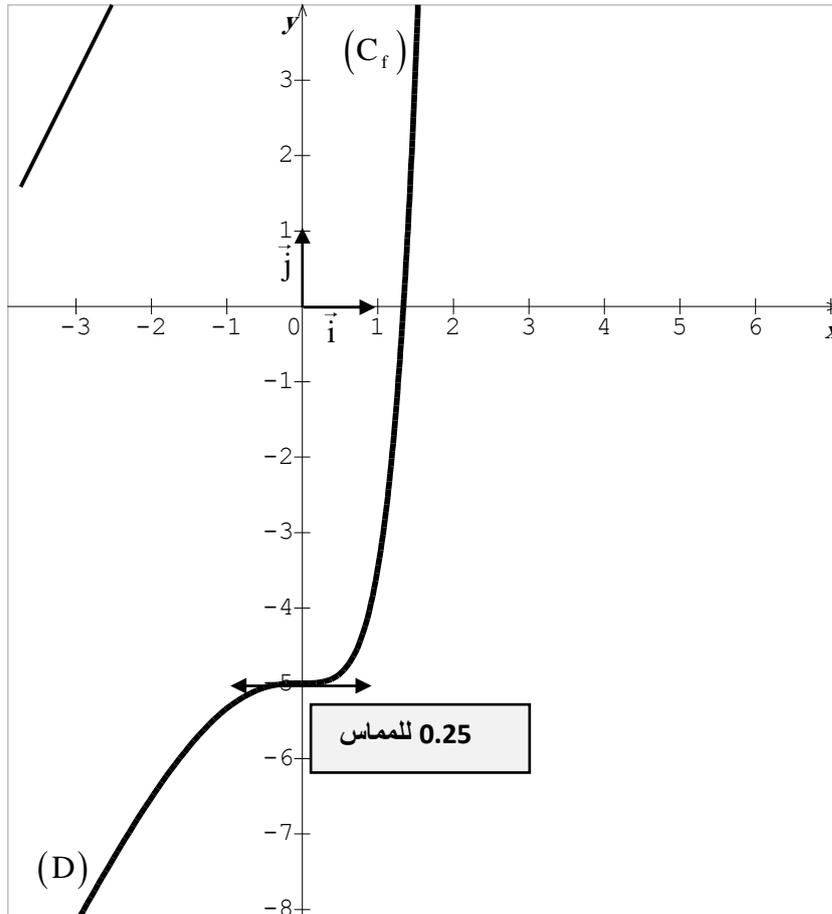
التمرين الرابع ( 3 ن )

1	(1)	1 للتوصل إلى النتيجة
2	(2)	أ- 0.5 ب- 0.75 ل $p(X=3) = \frac{8}{15}$ و 0.25 ل $p(X=2) = \frac{2}{15}$ و 0.5 ل $p(X=4) = \frac{1}{3}$

مسألة ( 8.5 ن )

أ- 0.25	ب- 0.5	0.75	(1-I)
أ- 0.5	ب- 0.25 للنهية و 0.25 للتأويل	1	(2)
أ- 0.5	ب- 0.25	1.5	(3)
أ- 0.25 ل	ج- $f$ متصلة و تزايدية قطعاً على $[1, \ln 4]$ و $f(\ln 4) > 0$ ل 0.25 و $f(1) < 0$ ل 0.25		
أ- 0.25 للوضع على $[\ln 4, +\infty[$ و 0.25 للوضع على $]-\infty, \ln 4[$	ب- 0.5	ج- 0.75 (انظر الشكل أسفله)	(4)
أ- 0.25 للتوصل إلى دالة أصلية و 0.25 للنتيجة			(5)
ب- 0.25 للمساحة ب $\text{cm}^2$ هي $\int_0^{\ln 4} (2x - 2 - f(x)) dx$ و 0.25 للمساحة تساوي $\frac{9}{2} \text{cm}^2$			
أ- 0.25 لحلي المعادلة المميزة و 0.25 ل الحل العام للمعادلة التفاضلية هو $y = ae^{2x} + be^x$ حيث $a$ و $b$ عدنان حقيقيان			(1-II)
ب- 0.5 للتوصل إلى $g(x) = e^{2x} - 4e^x$			1
أ- 0.5 ل $h$ متصلة و تزايدية قطعاً على $[\ln 4, +\infty[$ و 0.25 ل $h([\ln 4, +\infty[) = \mathbb{R}$			(2)
ب- 0.25 للتحقق من أن $h(\ln 5) = \ln 5$			1.5
و 0.25 ل $h$ قابلة للاشتقاق في $\ln 5$ و $h'(\ln 5) \neq 0$ و 0.25 ل $(h^{-1})'(\ln 5) = \frac{1}{6}$			

0.25 للفرع الشلجي



0.25 للمقارب (D)

